

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar merupakan salah satu cabang matematika yang telah berkembang sampai saat ini, karena masih banyak ilmuwan yang mengembangkan ilmu yang dipelajari di dalam aljabar. Struktur aljabar adalah himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu atau lebih operasi biner. Beberapa hal yang termasuk dalam struktur aljabar antara lain semigrup, grup, ring, field, modul, dan sebagainya. Grup adalah suatu struktur aljabar yang dilengkapi dengan satu operasi biner yang memenuhi sifat tertutup, asosiatif, mempunyai elemen netral, dan setiap elemen mempunyai invers.

Ring merupakan suatu struktur aljabar yang dikembangkan dari grup, karena ring merupakan grup komutatif yang terhadap operasi penjumlahan dan operasi penggandaannya merupakan semigrup, serta memenuhi hukum distributif. Ring mengalami banyak perkembangan, salah satunya adalah *clean ring*.

Untuk ring dengan elemen satuan, suatu elemen dari ring tersebut dikatakan *clean* jika elemen tersebut merupakan hasil penjumlahan dari elemen idempoten dan elemen unit. Sedangkan untuk suatu ring jika setiap elemennya *clean* maka dikatakan *clean ring* (Nicholson, 1977).

Untuk R merupakan ring, $r \in R$ dikatakan reguler jika dapat dinyatakan dalam bentuk $r = ryr$ untuk $y \in R$ dan suatu ring R dikatakan reguler jika setiap elemennya reguler (Von Neumann, 1936).

Jika $Reg(R) = \{a \in R: a \text{ reguler}\}$ adalah himpunan semua elemen reguler dan $Id(R)$ adalah himpunan dari elemen idempoten, maka suatu elemen x pada ring R disebut *r-clean* jika $x = r + e$ dimana $r \in Reg(R)$ dan $e \in Id(R)$. Suatu ring R dikatakan *r-clean* jika setiap elemennya adalah *r-clean* (Ashrafi dan Nasibi, 2013). Pada skripsi ini akan diberikan definisi dari elemen *r-clean* dan *r-clean ring* beserta beberapa sifat dari *r-clean ring* tersebut sesuai dengan jurnal Ashrafi dan Nasibi (2013).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:
Bagaimana sifat-sifat pada *r-clean ring*?

1.3 Tujuan penulisan

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penulisan skripsi ini adalah:
Membuktikan sifat-sifat pada *r-clean ring* .